

無衝突プラズマの統計力学：Lynden-Bellは何を間違えたのか？

*中村 匡 [1]

福井県立大学[1]

Statistical Mechanics of a Collisionless System Based on Maximum Entropy Principle

*Tadas K. Nakamura[1]

Fukui Prefectural University[1]

The statistical equilibrium state of a collisionless system has been derived based on the maximum entropy principle. The result shows that the equilibrium distribution function is a Gaussian distribution in the non-degenerate limit. This result contradicts with the Lynden-Bell statistics, which predicts a superposition of Fermi distributions as the equilibrium distribution. It is shown that the Lynden-Bell statistics is equivalent to maximizing the entropy calculated from the probability of particle transition, whereas the probability of particle existence should be used to obtain the correct answer.

ブラソフ方程式で記述される無衝突系の統計力学についてはLynden-Bell [1967]の提唱した統計理論，いわゆるLynden-Bell統計が広く知られている。この理論は主として天体力学の分野で銀河内の恒星の分布への応用が盛んであったが，理論構造そのものは一般的で，もしその結果が正しければ無衝突プラズマへも応用できるはずである。

ブラソフ方程式で記述される系では，その時間発展が位相空間内での体積を保存するという性質がある。Lynden-Bellはこの点に注目し，エネルギーや質量の保存則に加えて位相空間体積の保存を拘束条件とする統計理論を構築することを試みた。ここでLynden-Bellの使った手法は，全位相空間内を微小なセル（マイクロセル）にわけ，それをすこし大きな，しかし，全体のスケールから見ると十分に小さなセル（マクロセル）の中に分配する配位のうち，エネルギーの保存則をみたまのものを数えあげるといったものであった。この方法だとマイクロセルはマクロセルの中に隙間なく埋められるので，位相空間体積の保存はみたまされる。

このLynden-Bellの処方に従うと，無衝突系の平衡分布は多数のフェルミ型分布の重ねあわせになる。この結果は直感と著しく反する上に，無衝突プラズマの場合，経験的な結果とも矛盾する。実験や宇宙空間での観測，または計

算機実験の結果は無衝突プラズマの平衡分布はガウス型分布（あるいはそれにべき乗則に従う高エネルギー部分を加えたもの）であろうことを強峻している。

さらにLynden-Bellの結果は理論的な矛盾も含む。Lynden-Bellの理論でマイクロセルとは計算の便法のために導入された概念であり，このセルのサイズは「十分に小さい」という条件を満たしていれば任意に選べるはずであるところが，得られる平衡分布の形はこのマイクロセルの大きさによって異なるのである。たとえばKull et al. [1998]は，このマイクロセルの大きさを質量に比例するように選ぶことでガウス型の平衡分布が得られることを示した。ただし，この質量に比例するマイクロセルというのも，その根拠が乏しいのであるし，また速度無限大の極限ではマイクロセルの大きさも無限大になるなどの不都合があるのでKull et al. の理論もLynden-Bellの理論にとってもわりうる正しい理論とは言いがたい。

本研究ではE. T. Jaynes [1957]が提唱した「最大エントロピー原理」（maximum entropy principle）にもとづいて，無衝突系の平衡分布を求めようとする理論を構築した。この方法だとセルのとりかたにかかわらず，得られる平衡分布は（非縮退極限で）単一のガウス型分布になる。また，この最大エントロピー原理を応用するにあたって，エントロピーを粒子の存在確率ではなく，粒子の確率を使って算出するとLynden-Bellの理論と同じ，あやまった結果が得られることがわかった。講演ではこれらの結果の紹介とともに，宇宙空間での粒子の散乱過程への応用についてもふれる。

参考文献

- Janes, E. T. 1957a, Phys. Rev., 106, 620.
- Kull, A., R. A. Treumann, & H. Bohringer 1997, ApJ, 484, 58.
- Lynden-Bell, D. 1967, MNRAS, 36, 101.