

HLLD 近似リーマン解法における粒子速度の選択について

三好 隆博 [1]; 草野 完也 [2]
[1] 広大・理・物理; [2] 名大 S T E 研

On the choice of a particle velocity of the HLLD approximate Riemann solver

Takahiro Miyoshi[1]; Kanya Kusano[2]
[1] Phys. Sci., Hiroshima Univ.; [2] STEL, Nagoya Univ

Macroscopic dynamics of plasmas is well governed by the magnetohydrodynamic (MHD) equations. In space plasma phenomena with high-speed flows, various discontinuous structures such as fast and slow shocks are often formed. Therefore, the development of high-resolution shock capturing schemes is important and essential to theoretically clarify the dynamics and structures of the macro scale space plasma phenomena. The HLLD approximate Riemann solver is a standard shock capturing scheme for MHD because of its high-resolution, robustness, and efficiency, in particular [1]. However, multi-dimensional high-resolution shock capturing schemes which can resolve a contact discontinuity sometimes suffer from numerical shock instabilities as a carbuncle phenomenon in general. In the HLLD approximate Riemann solver, the shock instabilities are observed as well, although those are rather weaker than in the linearized approximate Riemann solver [2].

As a contact-preserving high-resolution scheme that is free from the shock instabilities, a genuinely multi-dimensional high-resolution scheme may be constructed based on a multi-dimensional Riemann problem. However, that scheme is difficult to be developed even for the Euler equations. In practical simulations, a shock-fix algorithm where the high-resolution scheme is locally replaced by some dissipative low-resolution scheme is often utilized to suppress the shock instabilities. On the other hand, it was conjectured from a comparative study of several schemes for the Euler equations that a source of the shock instabilities may be a pressure difference term of the numerical mass-flux [3]. Therefore, in this study, we construct a shock instability-free HLLD approximate Riemann solver by controlling the numerical mass-flux.

The numerical mass-flux in the HLLD approximate Riemann solver is determined by a particle velocity in the Riemann fan. Particularly, in order to suppress unphysical oscillations around discontinuous solutions, the particle velocity is evaluated from the HLL averages of the mass and the momentum in [1]. On the other hand, when the particle velocity is given by a weighted mean, the shock instabilities may be avoided because there is no pressure difference term in the mass-flux in this particle velocity model. Therefore, we propose a hybrid particle velocity model as a function of a Mach number in order to construct a robust shock instability-free high-resolution scheme for MHD.

[1] Miyoshi, Kusano, J. Comput. Phys., 208, 315, 2005.

[2] Miyoshi, Kusano, in preparation.

[3] Liou, J. Comput. Phys., 160, 623, 2002.

プラズマの巨視的なダイナミクスは磁気流体力学 (MHD) 方程式によって支配される。特に高速流れを伴う宇宙プラズマ現象においては、速進衝撃波や遅進衝撃波など様々な不連続構造が出現する。したがって、宇宙プラズマの巨視的な構造やダイナミクスを理論的に理解するためには、MHD 方程式に対する衝撃波捕獲法の開発が必要不可欠となる。特に HLLD 近似リーマン解法は、高解像、ロバスト、かつ計算効率の高い代表的な MHD 衝撃波捕獲法である [1]。しかし、接触不連続を鋭く解像できる高解像度解法を多次元に拡張した場合、カーバングル現象などの数値的な衝撃波不安定性が発生し得ることが知られている。HLLD 近似リーマン解法においても、線形近似リーマン解法と比較すると非常に弱いが、数値的衝撃波不安定性が観測されている [2]。

数値的衝撃波不安定性を回避する高解像度解法として、多次元リーマン問題に基づく真正多次元高解像度解法が考えられる。しかし、Euler 方程式に対してさえ、その開発は容易ではない。現実的なアプローチとしては、数値的衝撃波不安定性が生じ得る場所をあらかじめ予想し、低解像度解法を局所的に適用する処置がしばしば用いられる。一方、Euler 方程式に対する様々な高解像度解法の比較研究から、質量流束における圧力項が数値的衝撃波不安定性に関与していると予想されている [3]。そこで本研究では、質量流束を制御することによって、数値的衝撃波不安定性に対してロバストな HLLD 近似リーマン解法を開発する。

HLLD 近似リーマン解法における質量流束は、リーマンファンにおける粒子速度によって決定される。特に数値振動なく不連続を捕えることができるよう、[1] においては、粒子速度は運動量と質量の HLL 平均によって与えられた。一方、粒子速度を重み付き平均によって評価した場合、粒子速度に圧力項が現れず、数値的衝撃波不安定性が生じないと期待される。そこで本研究では、二つの粒子速度モデルをマッハ数の関数として混合によって、数値振動がなく、かつ数値的衝撃波不安定性に対してロバストな高解像度解法を得ることに成功した。

[1] Miyoshi, Kusano, J. Comput. Phys., 208, 315, 2005.

[2] Miyoshi, Kusano, in preparation.

[3] Liou, J. Comput. Phys., 160, 623, 2002.