R008-02 **会場: B** **時間: 10 月 17 日 14:15-14:30**

経路積分を使った相対論的拡散の計算：δ関数のあつかい

中村 匡 [1]
[1] 福井県大

Delta Function in Propertime Path Integral for Relativistic Diffusion:

Tadas Nakamura[1]
[1] FPU

There is an infinite speed component in a solution of a simple diffusion equation with the first order time derivative. Infinite speed means violation of causality in relativistic theory, and it is known the solution of such a equation has pthological solutions of growing modes. Propagation with infinite speed can be viewed as propagation from the future to the past by Lorentz transform, and the damping mode becomes growing mode with this time reversal propagation.

When we treat the diffusion process as a Markovian random walk process, the displacement at one time step must be such that Delta x^2/Delta t = finite. Consequantly the velocity must be infintely large in the limit of infinitely small time step, which means causality violation. Markovian random walk yields diffusion equation with first order time derivertive, therefore, causality violation is unavoidable in the first order equations.

To aviod this difficulty, the author proposed a method to use proper time as a parameter of time evolution; the distribution function is defined over a four dimensional Minkowski space. Then the time evolution of sinle particle distribution function can be solved with the method of path integral. The four velocity in the Minkowski space has a constraint coming from the energy shell. To enforce this constraint, we must insert a delta function in each step of path integral. This is similar to the path interal of gauge fields in quantum field theory. It is known there is an ambiguity in the measure of delta function integration, which causes so called Faddeev-Popov ghost in quantum field theroy. There is similar ambiguity in our proplem here, which will be discussed in detail in the presentation.

前回の学会（2017 年度 JpGU）で相対論的拡散の計算に経路積分を使う手法を紹介した。時間に関して一回微分の拡散方程式の解は，速度が無限大の成分をもっていることが知られているが，相対論の領域ではこれは因果律をやぶることになる。この結果拡散の速度が光速にくらべて無視できない状況になると，物理的にはありえない増大するモードがあらわれるなど，矛盾が生じる。

速度無限大の成分がでてくるのは，マルコフ的酔歩問題では不可避である。これは N ステップの移動距離が，一ステップの距離の$\sqrt{N}$のオーダーでしか増えないため，有限時間で有限の移動距離を確保するためには，一ステップで無限大移動しなければならないからである。したがって，マルコフ的（時間に対して一回微分）な方程式では因果律をやぶることは避けられない。

この問題を克服するため，Israel & Stewart (1970) は時間に関して二階微分の項を含む理論を提唱した。この路線はその後因果的熱力学（Causal Thermodynamics）と呼ばれ，21 世紀に入ってからも多くの論文が書かれている。しかしながら，この手法は無限大の速度をおさえるために技術的に導入されたものであるため，得られた解が物理過程を正しく記述している保証はない。たとえば，Israel & Stewart の手法で熱伝導方程式を導出すると，いわゆる電信型の方程式になり，伝搬速度が大きくなると波動方程式に漸近して速度の上限を保証するが，波動方程式が散逸をあらわしているとは言えない。

前回の学会で発表した手法は，固有時間による経路積分を使い，因果律をやぶらないように拡散を計算するというものであった。固有時間にそっての Minkowski 空間内を移動は 4 元運動量が energy shell の条件を満たしていなくてはならないという制約がある。そこでこの研究では各ステップにδ関数をはさんでこの条件をみたすという手法をつかった。経路積分にこのようなδ関数を導入すると，それを積分する測度の任意性の問題が生じる。これはゲージ場の経路積分で Faddeev-Popov のゴーストと呼ばれる問題である。発表では，この任意性を相対論的拡散の場合はどうあつかうべきかについて論じる。