

エルサッサ数の地球物理的意味

桜庭 中 [1]

[1] 東京大・理・地球惑星

The geophysical meaning of Elsasser number

Ataru Sakuraba[1]

[1] Dept. of Earth and Planetary Science, Univ. of Tokyo

We present results of linear instability of axisymmetric toroidal magnetic field imposed inside a rotating fluid sphere, and discuss the geophysical meaning of the Elsasser number that plays a central role in the magnetic instability. We use the magnetostrophic approximation in which viscous and inertial terms are neglected in the equation of motion of incompressible rotating fluid. We assume an axisymmetric toroidal field that is maintained by some external mechanical and electromotive forces. When the Elsasser number, that is proportional to the product of electrical conductivity and square of maximal toroidal field intensity and inversely proportional to the product of density and rotation rate, becomes about 10, the field becomes unstable irrespective of the toroidal field structure and a prograde slow wave propagates. The azimuthal wavenumber is inversely proportional to the size of the cross section of the toroidal magnetic field. This is the resistive instability in which a finite resistivity is important. The linear growth rate becomes maximal when the Elsasser number is of the order of 10 to 100, and the maximal value is proportional to the wavenumber.

If the magnetic instability occurs when the Elsasser number is about 10, it is suggested that a toroidal field created by planetary dynamo action should be destroyed by magnetic instability. And it is also implied that there is an upper bound in the Elsasser number of the planetary magnetic field. If the dynamo action that creates an axisymmetric toroidal field and the magnetic instability that destroys it are balanced in the saturation state, the ratio of the Elsasser number to the critical Elsasser number does not exceed 10, and the magnetic field intensity does not increase infinitely even if the magnetic Reynolds number is huge.

本発表では、まず回転流体球に印加された軸対称トロイダル磁場の線形不安定について、計算結果を紹介し、さらにそこで中心的な役割を果たす無次元数であるエルサッサ数の地球物理的意味について議論する。非圧縮電磁流体の運動方程式において、粘性項と慣性項とを無視する磁気地衡流近似をもちいる。適当な外力および起電力を仮定し、定常軸対称トロイダル磁場を維持する。電気伝導度と磁場強度の最大値の自乗との積に比例し、密度と自転速度の積に反比例する、エルサッサ数が10程度になると、そのトロイダル磁場分布にかかわらず、不安定が起り、遅い波が東向きに伝搬する。東西方向の波長は、与えたトロイダル磁場の磁力管の断面の大きさにおおむね比例する。有限の電気伝導度が重要なレジスティブ不安定であり、エルサッサ数が数十から100程度で線形成長率が極大になる。成長率の大きさは、波長の自乗に反比例する。

エルサッサ数が10程度になるとかならず磁気不安定が起るとすると、惑星ダイナモがつくるトロイダル磁場は、ある強度以上になると不安定によって壊される、ということが示唆される。したがって、惑星磁場のエルサッサ数には上限があるのではないかと、ということが示唆される (Zhang and Fearn, GRL 1993)。もし、軸対称トロイダル磁場をつくるダイナモ作用と、その磁場を壊して非軸対称の遅い波を励起する磁気不安定とが釣りあうことによって磁場強度が決まっているとすると、エルサッサ数の臨界エルサッサ数に対する比はせいぜい10程度が最大であって、磁気レイノルズ数をどんなに大きくしても、無限に大きくはならない。