

L1 ノルム正則に基づいた磁気インバージョンに対するベイズ的信息量基準の MCMC を用いた有効性の評価

#宇津木 充¹⁾, 伊藤 良介²⁾

(¹ 京大・理・火山研究センター, (² 京大)

Effectiveness of the Bayesian information criterion for L1 norm regularized magnetic inversion based on MCMC integral.

#Mitsuru Utsugi¹⁾, Ryosuke Ito²⁾

(¹ Aso Vol. Lab., Kyoto Univ., (² Kyoto Univ.

In the regularized geophysical inversion, the selection of the regularization parameter is an important factor in the model selection. While cross-validation, and the heuristic methods such as L-curve are used for the regularization parameter selection in the L1 norm regularized inversion, but one of the other promising methods is the Bayesian information criterion.

In the conventional Tikhonov regularization, ABIC is widely used for the evaluation of the regularization parameter(s). ABIC is used to choose a regularization parameter which maximizes the marginal posterior distribution. The Tikhonov regularization assumes a conjugate normal distribution as a prior distribution for the likelihood function, and therefore the posterior distribution is also normal. In particular, the normal distribution can be expressed simply because the marginalization (integration) can be calculated analytically. The Tikhonov regularization assumes a conjugate normal distribution as a prior distribution for the likelihood function, and therefore the posterior distribution is also normal. In particular, ABIC can be expressed simply because the marginalization (integration) can be calculated analytically in this case. However, in the case of the L1 norm regularization, prior distribution is assumed as the Laplace distribution, and the marginal of the posterior distribution cannot be expressed explicitly. Alternatively, several information criteria have been proposed to evaluate the regularization parameter using an approximation of the marginal posterior distribution.

In our presentation, we discuss the usefulness of the Bayesian information criteria based on the marginal posterior distributions for the evaluation of regularization parameters in L1 norm regularized magnetic inversion. One of the considerations is to examine the extent to which these Bayesian information criteria are able to evaluate the marginal posterior distribution. To do so, we compute the marginal posterior distribution using Bayesian Lasso which is the Gibbs sampling based on a hierarchical representation of the posterior distribution.

正則化インバージョンにおいては、目的関数のペナルティ項の係数（正則化パラメータ、ダンピングファクター）をどのように選択するかがモデル選択の実態となる重要な要素となる。L1 正則では、こうした正則化パラメータ選択のために cross validation や、L-curve や L1-curve (Pareto frontier curve) などのヒューリスティックな方法などが用いられているが、この他の有力な方法の一つにベイズ的な情報量基準が挙げられる。特に後者については、比較的少ない計算量で、かつ複数の正則化パラメータの評価も可能といった利点がある。

従来の Tikhonov 正則では正則化パラメータの評価について ABIC が広く用いられており、これを用いて周辺事後分布を最大化する正則化パラメータを選択する。Tikhonov 正則では、正規分布である尤度関数に、事前分布として共役な正規分布を仮定しており、そのため事後分布も正規分布となる。ABIC はこれをモデルベクトルについて周辺化したもの（そしてもう一つのパラメータである残差の分散は最尤推定値で固定したもの）を正則化パラメータ評価に用いる。特に正規分布については周辺化（積分）が解析的に計算できるため、簡便な表現が可能になっている。しかし L1 正則では、事前分布としてラプラス分布を仮定する事となり、事後分布の周辺化は解析的に実行できない。代わりに、周辺化された事後分布を近似的に評価したものを用いてパラメータ評価を行う情報量基準がいくつか提案されている。

本講演では、L1 ノルム正則を用いた磁気インバージョンにおいて、これら周辺事後分布に基づいたベイズ情報量基準が正則化パラメータ評価に有用であるかを検討する。その検討の一つとして、これらのベイズ情報量基準が周辺事後分布をどの程度評価できているかを検討する。そのために、事後分布の階層的な表現に基づいたギブスサンプリングを用いて、周辺事後分布をモンテカルロ積分により近似計算したものととの比較を行う。その他に、バイアス補正項の検討やベイズ情報量基準を磁気インバージョンに適用するにあたっての注意点などについて検討する。