MHDスキームに対する変数補間について

三好 隆博 [1]; 草野 完也 [2] [1] 広大院・理・物理; [2] 名大 STE 研

On variable interpolation for MHD schemes

Takahiro Miyoshi[1]; Kanya Kusano[2] [1] Grad. Sch. Sci., Hiroshima Univ.; [2] STEL, Nagoya Univ.

Modern high resolution numerical schemes like MUSCL (Monotone Upstream-centered Scheme of Conservation Laws) and PPM (Piecewise Parabolic Method) are constructed based on mathematical properties of hyperbolic conservation laws. In the scalar advection equation, numerical fluxes of the high resolution schemes are evaluated by introducing variable interpolation with a flux limiter function. Here, the scalar variable corresponds to a conservative variable as well as a characteristic variable. On the other hand, for nonlinear systems of hyperbolic conservation laws such as the Euler equations and the MHD equations, it can be possible to interpolate any variables including conservative variables, characteristic variables, and primitive variables.

In high resolution schemes, calculations of the variable interpolation are highly time-consuming in the entire simulation code. Therefore, in this study, we reconsider the variable interpolation for MHD schemes. While characteristic variables have been often used as interpolating variables in the viewpoint of numerical stability particularly for studies of numerical schemes, primitive variables have been utilized in the viewpoint of efficiency for studies of practical large-scale simulations. However, it is found that the interpolation by primitive variables cannot be well stabilized with a high resolution flux limiter function. Then, approximate characteristic variables with high stability and high efficiency are newly developed, and those effectiveness is confirmed by numerical experiments.

MUSCL (Monotone Upstream-centered Scheme of Conservation Laws) や PPM (Piecewise Parabolic Method) など近代的な高解像度解法は、双曲型保存則の数学的性質に基づき構築されている。スカラー移流方程式においては、スカラー変数に対して流束制限関数を導入した高次補間を適用し、補間値を用いて高解像度数値解法の数値流束が評価される。ここで、スカラー変数は保存変数であると共に特性変数でもある。一方、Euler 方程式や MHD 方程式などの双曲型非線形システム方程式においては、保存変数や特性変数、基本変数など任意の変数に対して補間が可能である。

高解像度解法において、変数の補間計算はシミュレーションコード全体の中で少なくない計算時間を占有している。そこで本研究では、MHD スキームに対する変数補間について再考察を行う。従来研究では、数値解法の研究開発においては数値的安定性の観点から特性変数が採用されたのに対し、実用的な大規模シミュレーション研究においては計算効率の観点から基本変数がしばしば採用された。しかし、解像度の高い流束制限関数を導入した場合、基本変数を用いた変数補間では十分な数値的安定性を確保できないことがわかった。そこで、数値的安定性が高く計算効率の良い新たな近似的特性変数を導入し、数値実験によって有効性を確認した。