古典場の方程式の正準形式について

中村 匡 [1]
[1] 福井県大

On Multidimensional Hamiltonian

Tadas Nakamura[1]
[1] FPU

http://mira.bio.fpu.ac.jp

Conventional Hamiltonian for multidimentional classical fields (Electromagnetic fields, Klein-Goldon field, etc.) sigles out one coordinate (usually temproal coordinate) to define canonical conjugate variables. Consequently the equations obtained fail to be manifestly covariant. Moreover, one need to introduce some constraints when applied to vector fields, such as electromagnetic fields. For instance, the four dimensional vector potential has four components in electromagnetic theory, whereas the electric field, which is canonical conjugate to the vector potential, has only three components; one needs to eliminate one degree of freedom somehow.

Recently Nakamura (2002) and Kaminaga (2012) proposed a new approach in which all coordinates are treated equally to define the canonical conjugates. The present study is s to extend these two approaches to more general form. Several coordinates are picked up to defined the conjugats, and the canonical equations are constructed with them. The resulting form becomes a mixture of Hamilton and Lagrange formulations.

References

T. Nakamura, BusseiKenkyuu 2002 (in Japanese), http://hdl.handle.net/2433/97295
Y. Kaminaga, EJTP 2012, http://www.ejtp.com/articles/ejtpv9i26p199.pdf

Maxwell 方程式や Klein-Goldon 方程式などのような，多次元空間での偏微分方程式の正準形式は，従来，ひとつの座標（普通は時間座標）に対する微分に対応して正準共役量を定義していた。このアプローチをとると，そのひとつの座標だけ他の座標と違うあつかいをすることになり，たとえばミンコフスキー空間内での方程式の場合だと，形式上，いわゆる相対論的共変性を失うことになる。また，たとえば Maxwell 方程式のようなベクトル場の方程式の場合，ベクトルポテンシャルが４成分なのに対し，共役量の電場が３成分しかなく，なんらかの拘束条件を導入しなければ閉じた方程式系が得られないという欠点もあった。

近年，これに対し，すべての座標に関する微分によって正準共役量を定義するというアプローチが開発され，電磁場や重力場の方程式について拘束条件を必要としない正準形式が導かれている（中村 2002, Kaminaga, 2012）。本研究ではこの両者を両極端とする一般的なあつかいについて考える。ここでは，多次元の座標のうち任意のいくつかをとりだして正準共役量を定義し，それによって正準方程式をみちびく。得られた方程式はハミルトン形式とラグランジュ形式が混合したものになる。

参考文献

中村匡，物性研究 2002, http://hdl.handle.net/2433/97295
Y. Kaminaga, EJTP 2012, http://www.ejtp.com/articles/ejtpv9i26p199.pdf